

### **Problème 50: Problème d'Or (complexe / sans calculatrice)**

Alice et Bob ont imprimé une pile de 24 articles trouvés sur SosToMaths. À tour de rôle, ils en prennent 1, 2 ou 3 de la pile. L'article visé par les deux amis se trouve tout en bas de la pile. Alice commence. En supposant que chacun joue parfaitement, qui récupérera l'article tant convoité ?

#### **Solution:**

S'il reste 4 articles à un des joueurs, il a perdu. En effet, s'il en prend 1, l'autre peut prendre les 3 articles restants, et inversement si le premier en prend 3. Pareillement si le premier en prend 2.

Donc, pour gagner, il faut laisser 4 articles à l'autre. Pour laisser 4 articles, il faut en donner 8 à l'autre, et prendre autant d'articles de nécessaire au tour suivant pour que la somme des articles pris par les deux joueurs valent 4. Ainsi, quoi qu'il arrive, si le joueur A donne 8 articles au joueur B, il pourra faire en sorte de lui en donner 4, et donc de prendre le dernier.

Par extension, pour donner  $X$  articles à l'autre joueur il faut lui en donner  $X+4$ .

Pour en donner 0 (prendre le dernier), il faut donc en donner 4, puis 8, puis 12, et ainsi de suite jusqu'à 24. Puisqu'Alice a reçu 24 articles, Bob, en jouant correctement, est assuré de récupérer l'article le plus intéressant.